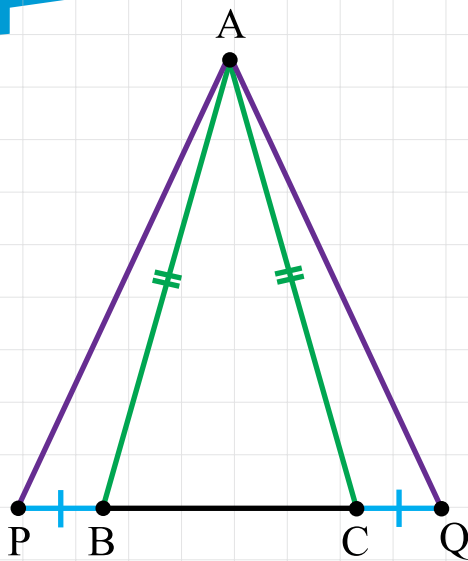
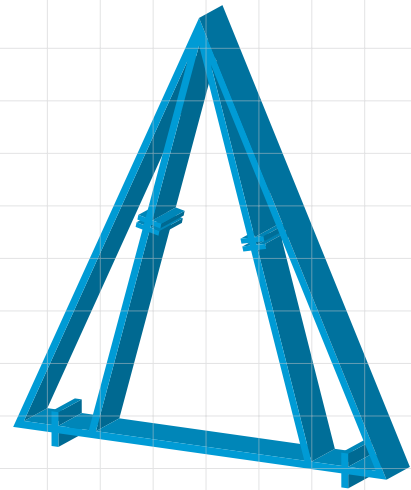
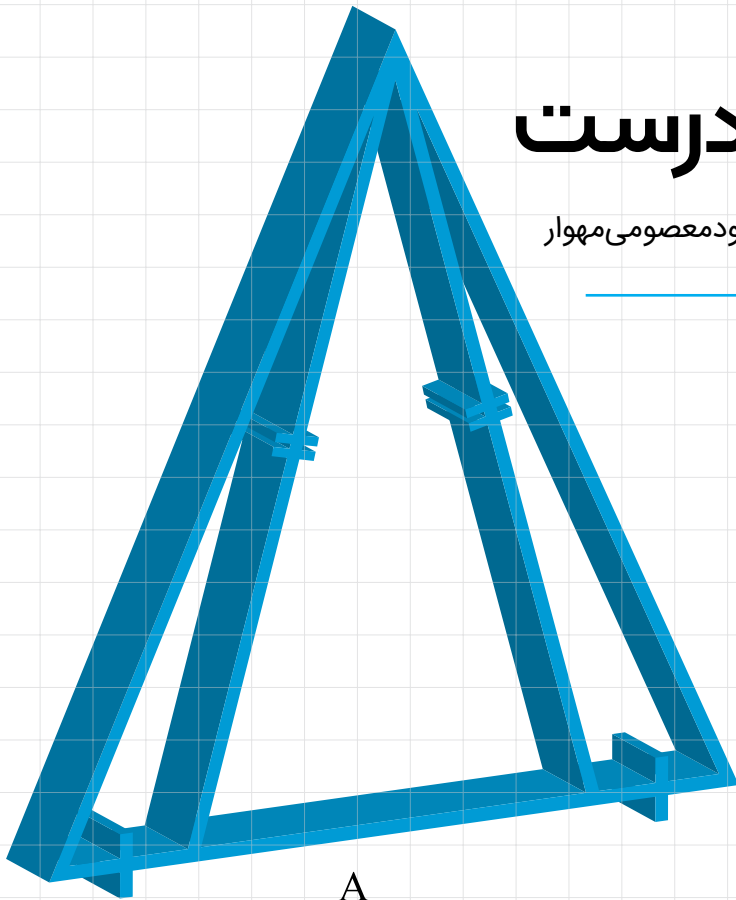


داستان‌های ریاضی استدلال‌های نادرست نتیجه درست! • داود معصومی مهوار



شکل ۱

گویای زبان یکسان نداریم. دانش‌آموز چیزی می‌گوید و من چیز دیگری. نگاهش می‌کنم و آرزو می‌کنم بتوانم یادش بدهم که استدلال کند و از چشمانش می‌خوانم که او هم آرزو دارد من حرفش را بفهمم. درگیری ساده‌ای است. هر دو پذیرفته‌ایم که دو پاره‌خط AP و AQ هم‌طول هستند. اما من استدلال مفصلی دارم و او بسیار ساده و روان استدلال می‌کند. از شما چه پنهان، بیشتر بچه‌های کلاس با او همراه و هم‌سخن‌اند و همگی شگفت‌زده شده‌اند و می‌گویند: «آقا، چرا این قدر مطلب را می‌پیچانی؟ چیز به این سادگی این قدر دنگ و فنگ ندارد!»

گویا حوصله دارید و تا اینجا را خوانده‌اید. پس بد نیست شما را هم به وسط گفت‌وگو و درگیری ببرم.

مثلث ABC در رأس A متساوی‌الساقین است. دو نقطه متمایز P و Q را روی امتداد BC (و نه روی BC) طوری در نظر گرفته‌ایم که B بین C و P باشد و داشته باشیم: $\overline{PB} = \overline{CQ}$. (شکل ۱) ثابت کنید: $\overline{AP} = \overline{AQ}$

استدلال من

داده (فرض): $\overline{AB} = \overline{AC}$ و $\overline{PB} = \overline{CQ}$.
P و Q به ترتیب روی امتداد BC از سوی B و C هستند.
حکم (خواسته): $\overline{AP} = \overline{AQ}$

$$\begin{aligned} \Delta ABC : \overline{AB} = \overline{AC} \text{ (بنا بر فرض)} &\xrightarrow{\text{قضیه}} \angle ABC = \angle ACB \\ 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - \angle ACB &\rightarrow \angle ABP = \angle ACQ \quad (1) \\ \overline{AB} = \overline{AC} \text{ (بنا بر فرض)} &\quad (2) \\ \overline{BP} = \overline{CQ} \text{ (بنا بر فرض)} &\quad (3) \\ (1), (2), (3) \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \Delta ABP \cong \Delta ACQ &\quad (4) \\ (1), (4) \xrightarrow{\text{اجزای نظیر}} \overline{AP} = \overline{AQ} &\end{aligned}$$

اما استدلال ساده و روان مرتضی

چون ضلع BC را از دو طرف به یک اندازه امتداد داده‌ایم (چون $\overline{BP} = \overline{CQ}$ داده مسئله است و حرف ما نیست)، وقتی P و Q را به A وصل می‌کنیم، پاره‌خط‌های برابر AP و AQ پدیدار می‌شوند. مرتضی و دیگر دوستانش به همین سادگی کار را به پایان رساندند و چشم به راه امتیاز زیبایی فن بودند (گاهی داوران به کشتی‌گیری که یک فن را به زیبایی بسیار اجرا کند، امتیاز اضافه‌تری بابت زیبایی اجرای فن می‌دهند). اما هنگامی که گفتم استدلالشان نادرست است، با چشم‌های گرد و بُراق نگاهم کردند و پس از کمی سکوت، **بهرام** که همیشه سنجیده‌تر سخن می‌گفت، از من خواست که نادرستی استدلال را با یک مثال نقض نشان بدهم: «آقا اگر راست می‌گویید، یک مورد بیاورید که نشان بدهد استدلال ما درست نیست.» همه پذیرفتند و من نیز! گفتم: «بچه‌ها پیش از بیان مثال، تأکید می‌کنم که برابری درست است، اما از استدلال شما نتیجه نمی‌شود. استدلال شما برای اثبات این برابری بسیار نارسا و بریده، و از همه بیشتر گنگ و گرد است.»

مثال من برای نارسایی استدلال مرتضی

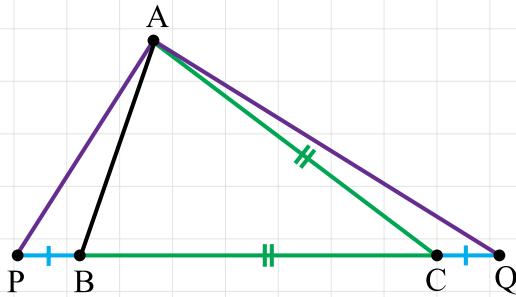
مثلث دلخواه ABC را کشیدیم و ضلع BC را از دو طرف به یک اندازه تا P و Q امتداد دادیم و P و Q را به A وصل کردیم (شکل ۲).



شکل ۲

مثال من برای نارسایی استدلال دوم:

مثلث ABC در رأس C متساوی الساقین است (شکل ۳). ساق BC را از دو طرف به یک اندازه امتداد می‌دهیم تا نقطه‌های P و Q به دست آیند. آیا AP و AQ هم‌طول‌اند؟



شکل ۳

داد مرتضی در آمد که: «همه حرف من درباره مثلث متساوی الساقین بود. حرف مرا کج کرده‌اید. من چنان حرفی را چنین جایی نگفتم.»

من: اگر گفتیم که استدلال گنگ و گرد است، منظورم همین بود. بار دیگر به استدلال نگاه کن. کجای استدلال گفته‌ای که درباره مثلث متساوی الساقین صحبت می‌کنی؟ هیچ‌جا! و بعد ادا می‌کنی که استدلال کارا و کارگر است. من هم استدلال را در باره مثلث دلخواه ABC به کار بردم و دیدیم که به بیراهه رفت. **مرتضی:** قبول کنید که خیلی وسواس به خرج می‌دهید. ولی باشد. اینکه کاری ندارد. من هم دقیق‌تر استدلال می‌کنم. ببینید: در مثلث متساوی الساقین ABC ، چون ضلع BC را از دو طرف به یک اندازه امتداد داده‌ایم (چون $PB = CQ$ داده مسئله است و حرف ما نیست) تا P و Q به دست آمده‌اند. (هنگام این اصلاح، مرتضی نگاه ویژه‌ای داشت.) وقتی P و Q را به A وصل می‌کنیم، پاره‌های برابر AP و AQ پدیدار می‌شوند.

من: مرتضی و دیگران، خوب حواستان را جمع کنید. اگر اصلاح دیگری دارید، بگویید. چون هنوز گنگ و گرد سخن گفته‌اید. **بهرام:** آقا گمانم دارید ما را آزمایش می‌کنید. خیالتان راحت باشد. اکنون استدلال ما کامل و تمام است. اگر نیست، بگویید.

بهرام و مرتضی و چند نفر دیگر ساکت بودند. می‌دانستم به چه می‌اندیشند. ولی چند نفری، هنوز حق را نزد خود می‌دیدند. **سعید:** آقا همه ما از طرز صحبت مرتضی و بهرام فهمیدیم که دارند قاعده مثلث متساوی الساقین را امتداد می‌دهند، نه ساق را. اما شما دارید لج می‌کنید. **من:** به جای خوبی رسیدیم. کمی به استدلال من نگاه کنید. لحن ندارد. چیزی کم و کاست ندارد. یکی از تفاوت‌های بسیار گرامی استدلال و سخنان دیگر همین است. استدلال لحن ندارد و بسیار گویاست. گنگ و گرد نیست. استدلال پیامی بسیار روشن را بی هیچ پرده و کنایه‌ای نشان می‌دهد. از طرفی از همه شما بچه‌ها می‌خواهم، به سکوت مرتضی و بهرام بنگرید. دارند آماده می‌شوند. یاد گرفته‌اند که نباید گنگ و گرد سخن بگویند. دارند دنبال گردی‌های سخن خود می‌گردند. تا اینجا هم اگر استدلالشان گویاتر شده، به کمک مثال‌های من بوده است. ولی دارند آماده می‌شوند تا نسخه بهتری از استدلالشان را رو کنند. اما خواهش می‌کنم که سخن آخرم را به دل نگیرند و بشنوند و ببیندیشند. مرتضی و بهرام عزیز، استدلال شما هنوز هیچ چیزی بیشتر از صورت مسئله در خود ندارد. پیش‌تر این را هم نداشت...

درس: پایه نهم - درس ریاضی - فصل ۳ - استدلال و اثبات در هندسه